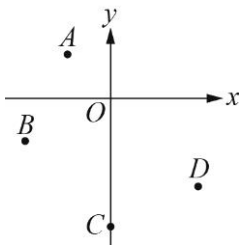
110 年國中教育會考—數學科

一、選擇題（1-26 題）

(A) **1.** 圖(一)的坐標平面上有 A、B、C、D 四點。根據圖(一)中各點位置判斷，哪一個點在第二象限？
(A) A
(B) B
(C) C
(D) D



圖(一)

1. (A) 第二象限
(B) 第三象限
(C) y 軸上
(D) 第四象限

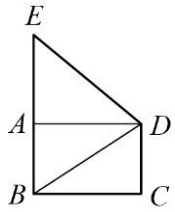
(B) **2.** 算式 $(-8)+(-2)\times(-3)$ 之值為何？
(A) -14　(B) -2
(C) 18　(D) 30

2. 原式 $=(-8)+6=-2$

(D) **3.** 若二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x=4y \\ 6y-x=10 \end{cases}$ 的解為 $x=a$，$y=b$，則 $a+b$ 之值為何？
(A) -15
(B) -3
(C) 5
(D) 25

3. 將 $x=4y$ 代入 $\Rightarrow 6y-4y=10$
$\Rightarrow y=b=5$，$x=a=5\times4=20$
$\Rightarrow a+b=20+5=25$

(C) **4.** 如圖(二)，矩形 $ABCD$、$\triangle BDE$ 中，A 點在 $\overline{BE}$ 上。若矩形 $ABCD$ 的面積為 20，$\triangle BDE$ 的面積為 24，則 $\triangle ADE$ 的面積為何？
(A) 10
(B) 12
(C) 14
(D) 16



圖(二)

4. $\triangle ABD$ 面積 $=\frac{1}{2}$ 矩形 $ABCD$ 面積 $=10$
所求 $=\triangle BDE$ 面積 $-\triangle ABD$ 面積 $=24-10=14$

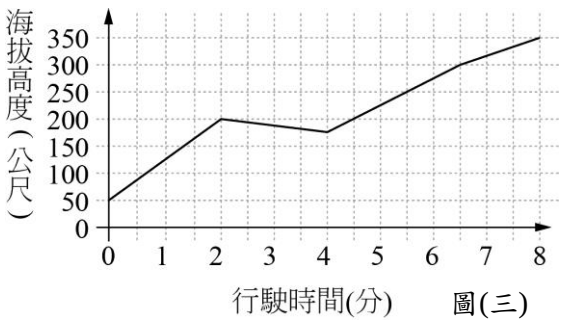
(D) **5.** 5^6 是 5^3 的多少倍？
(A) 2　(B) 3
(C) 25　(D) 125

5. $\frac{5^6}{5^3}=\frac{5\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5\times5}=125$

(C) **6.** 下列等式何者不成立？
(A) $4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
(B) $4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$
(C) $4\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$
(D) $4\sqrt{3}\div2\sqrt{3}=2$

6. (C) $4\sqrt{3}\times2\sqrt{3}$
$=4\times2\times\sqrt{3\times3}=24$

(B) **7.** 已知纜車從起點行駛到終點需花費 8 分鐘，圖(三)表示行駛過程中纜車的海拔高度與行駛時間的關係。



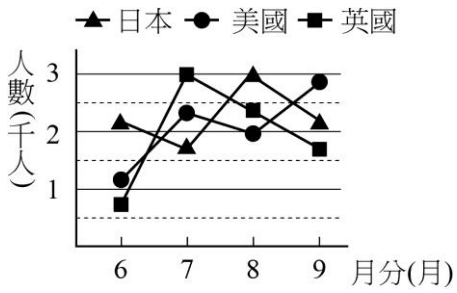
圖(三)

根據圖(三)判斷，下列敘述何者正確？
(A) 終點的海拔高度比起點高 300 公尺，行駛時間的前 4 分鐘都在上升
(B) 終點的海拔高度比起點高 300 公尺，行駛時間的末 4 分鐘都在上升
(C) 終點的海拔高度比起點高 350 公尺，行駛時間的前 4 分鐘都在上升
(D) 終點的海拔高度比起點高 350 公尺，行駛時間的末 4 分鐘都在上升

7. 終點高度－起點高度＝350－50＝300（公尺）
行駛前 2 分鐘、末 4 分鐘上升，2～4 分時下降

(C) **8.** 利用乘法公式判斷，下列等式何者成立？
(A) $248^2+248\times52+52^2=300^2$
(B) $248^2-248\times48-48^2=200^2$
(C) $248^2+2\times248\times52+52^2=300^2$
(D) $248^2-2\times248\times48-48^2=200^2$

(C) **9.** 圖(四)為甲城市 6 月到 9 月外國旅客人數的折線圖。根據圖(四)判斷，哪一個月到甲城市的外國旅客中，旅客人數最少的國家是美國？
(A) 6
(B) 7
(C) 8
(D) 9



圖(四)

8. (A) $300^2=248^2+2\times248\times52+52^2$
(B)(D) $200^2=248^2-2\times248\times48+48^2$

9. 當月分為 8 月時，旅客人數最少的國家是美國

(D) **10.** 將一半徑為 6 的圓形紙片，沿著兩條半徑剪開形成兩個扇形。若其中一個扇形的弧長為 5π，則另一個扇形的圓心角度數是多少？
(A) 30
(B) 60
(C) 105
(D) 210

10. 圓形紙片圓周長 $=6\times2\times\pi=12\pi$
弧長為 5π 的扇形圓心角 $=\frac{5\pi}{12\pi}\times360°=150°$
$\Rightarrow$ 所求 $=360°-150°=210°$

(D) **11.** 動物園準備了 100 張刮刮樂，打算送給開幕當日的前 100 位遊客每人一張，其中可刮中獎品的刮刮樂共有 32 張，表(一)為獎品的種類及數量。若小柏為開幕當日的第一位遊客，且每張刮刮樂被小柏拿到的機會相等，則小柏刮中玩偶的機率為何？
(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{1}{16}$
(C) $\frac{8}{25}$
(D) $\frac{1}{50}$

表(一)

獎品	數量
北極熊玩偶一個	1
獅子玩偶一個	1
造型馬克杯一個	10
紀念鑰匙圈一個	20

11. 玩偶數量 $=1+1=2$
$\Rightarrow$ 機率 $=\frac{2}{100}=\frac{1}{50}$

(B) **12.** 美美和小儀到超市購物，且超市正在舉辦摸彩活動，單次消費金額每滿 100 元可以拿到 1 張摸彩券。已知美美一次購買 5 盒餅乾拿到 3 張摸彩券；小儀一次購買 5 盒餅乾與 1 個蛋糕拿到 4 張摸彩券。若每盒餅乾的售價為 x 元，每個蛋糕的售價為 150 元，則 x 的範圍為下列何者？
(A) $50\le x<60$
(B) $60\le x<70$
(C) $70\le x<80$
(D) $80\le x<90$

12. 美美：花了 $5x$ 元 $\Rightarrow 300\le5x<400\cdots$①
小儀：花了 $(5x+150)$ 元
$\Rightarrow 400\le5x+150<500$
$\Rightarrow 250\le5x<350\cdots$②
由①②得 $300\le5x<350\Rightarrow60\le x<70$

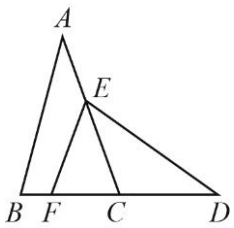
(B) **13.** 已知 a_1，a_2，……，a_{40} 為一等差數列，其中 a_1 為正數，且 $a_{20}+a_{22}=0$。判斷下列敘述何者正確？
(A) $a_{21}+a_{22}>0$
(B) $a_{21}+a_{22}<0$
(C) $a_{21}\times a_{22}>0$
(D) $a_{21}\times a_{22}<0$

13. $\because a_{21}$ 為 a_{20} 和 a_{22} 的等差中項
$\therefore a_{21}=\frac{a_{20}+a_{22}}{2}=0$，又 a_1 為正數 $\Rightarrow a_{22}<0$
$\Rightarrow a_{21}+a_{22}<0$，$a_{21}\times a_{22}=0$

(C)14. 已知 $a=-\frac{5}{223}$，$b=\frac{6}{263}$，$c=-\frac{7}{293}$，判斷下列各式之值何者最大？
(A) $|a+b+c|$
(B) $|a+b-c|$
(C) $|a-b+c|$
(D) $|a-b-c|$

14. (C) ∵ a、$-b$、c 皆為負數
∴ $|a-b+c|$ 之值最大

(B)15. 已知△ABC 與△DEF 全等，A、B、C 的對應點分別為 D、E、F，且 E 點在 $\overline{AC}$ 上，B、F、C、D 四點共線，如圖(五)所示。若 $\angle A=40°$，$\angle CED=35°$，則下列敘述何者正確？

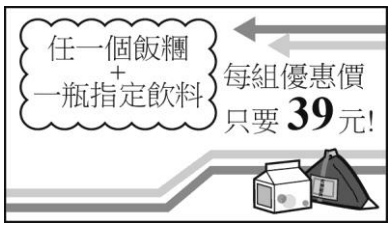


圖(五)

(A) $\overline{EF}=\overline{EC}$，$\overline{AE}=\overline{FC}$
(B) $\overline{EF}=\overline{EC}$，$\overline{AE}\neq\overline{FC}$
(C) $\overline{EF}\neq\overline{EC}$，$\overline{AE}=\overline{FC}$
(D) $\overline{EF}\neq\overline{EC}$，$\overline{AE}\neq\overline{FC}$

16. 設 2 種飯糰分別為 x 元和 $(x+4)$ 元
$39\times2=x+(x+4)+30$
$\Rightarrow x=22$
最便宜方案 $=39+22=61$ (元)
所求 $=61-(22+26)=13$ (元)

(B)16. 圖(六)為某超商促銷活動的內容，今阿賢到該超商拿相差 4 元的 2 種飯糰各 1 個結帳時，店員說：「要不要多買 2 瓶指定飲料？搭配促銷活動後 2 組優惠價的金額，只比你買 2 個飯糰的金額多 30 元。」

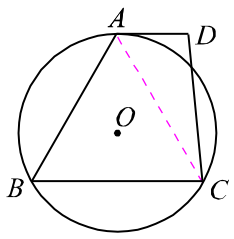


圖(六)

若阿賢只多買 1 瓶指定飲料，且店員會以對消費者最便宜的方式結帳，則與原本只買 2 個飯糰相比，他要多付多少元？
(A) 12
(B) 13
(C) 15
(D) 16

15. ∵ △ABC≅△DEF ∴ $\angle ACB=\angle DFE$
⇒△ECF 為等腰三角形⇒ $\overline{EF}=\overline{EC}$
∵ △ABC≅△DEF ∴ $\overline{AC}=\overline{DF}$，$\angle D=\angle A=40°$
∵ $\angle D>\angle CED$ ∴ $\overline{CE}>\overline{CD}$
⇒ $\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}<\overline{DF}-\overline{CD}=\overline{FC}$
⇒ $\overline{AE}\neq\overline{FC}$

(D)17. 如圖(七)，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$，有一圓 O 通過 A、B、C 三點，且 $\overline{AD}$ 與圓 O 相切於 A 點。若 $\angle B=58°$，則 $\overset{\frown}{BC}$ 的度數為何？



圖(七)

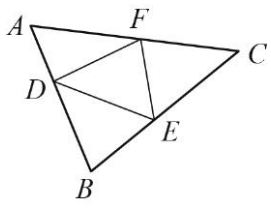
(A) 116
(B) 120
(C) 122
(D) 128

17. 連 $\overline{AC}$
∵ $\angle B=58°$
∴ $\overset{\frown}{AC}=2\angle B=2\times58°=116°$
∵ $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$ ∴ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}=116°$
⇒ $\overset{\frown}{BC}=360°-116°-116°=128°$

(A)18. 若坐標平面上二次函數 $y=a(x+b)^2+c$ 的圖形，經過平移後可與 $y=(x+3)^2$ 的圖形完全疊合，則 a、b、c 的值可能為下列哪一組？
(A) $a=1$，$b=0$，$c=-2$
(B) $a=2$，$b=6$，$c=0$
(C) $a=-1$，$b=-3$，$c=0$
(D) $a=-2$，$b=3$，$c=-2$

18. ∵ 兩函數圖形可完全疊合
∴ 兩函數的開口方向與開口大小需相同
⇒ $a=1$，故選(A)

(D)19. 如圖(八)，△ABC 中，D、E、F 三點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 上，且四邊形 $BEFD$ 是以 $\overline{DE}$ 為對稱軸的線對稱圖形，四邊形 $CFDE$ 是以 $\overline{FE}$ 為對稱軸的線對稱圖形。若 $\angle C=40°$，則 $\angle DFE$ 的度數為何？



圖(八)

(A) 65
(B) 70
(C) 75
(D) 80

19. ∵ 四邊形 $BEFD$ 是以 $\overline{DE}$ 為對稱軸的線對稱圖形
四邊形 $CFDE$ 是以 $\overline{FE}$ 為對稱軸的線對稱圖形
∴ $\angle C=\angle EDF=40°$，
$\angle CEF=\angle DEF=\angle DEB=180°\div3=60°$
⇒ $\angle DFE=180°-\angle EDF-\angle DEF$
$=180°-40°-60°=80°$
故選(D)

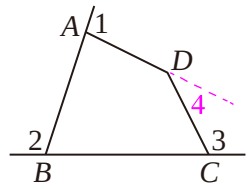
(B)20. 已知捷立租車行有甲、乙兩個營業據點，顧客租車後當日須於營業結束前在任意一個據點還車。某日營業結束清點車輛時，發現在甲歸還的自行車比從甲出租的多 4 輛。若當日從甲出租且在甲歸還的自行車為 15 輛，從乙出租且在乙歸還的自行車為 13 輛，則關於當日從甲、乙出租的自行車數量，下列比較何者正確？
(A) 從甲出租的比從乙出租的多 2 輛
(B) 從甲出租的比從乙出租的少 2 輛
(C) 從甲出租的比從乙出租的多 6 輛
(D) 從甲出租的比從乙出租的少 6 輛

20. 設從甲出租的有 x 輛

	甲租	乙租	合計
甲還	15	$x-11$	$x+4$
乙還	$x-15$	13	$x-2$
合計	x	$x+2$	

⇒ 從甲出租的比從乙出租的少 2 輛，故選(B)

(A)21. 如圖(九)，四邊形 $ABCD$ 中，$\angle1$、$\angle2$、$\angle3$ 分別為 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的外角。判斷下列大小關係何者正確？



圖(九)

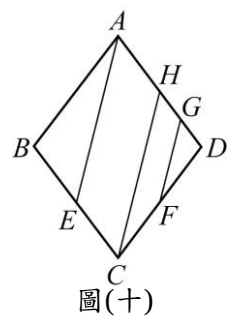
(A) $\angle1+\angle3=\angle ABC+\angle D$
(B) $\angle1+\angle3<\angle ABC+\angle D$
(C) $\angle1+\angle2+\angle3=360°$
(D) $\angle1+\angle2+\angle3>360°$

21. (A)(B) $\angle1+\angle3$
$=360°-\angle2-\angle4$
$=\angle ABC+\angle D$
(C)(D) $\angle1+\angle2+\angle3=360°-\angle4<360°$
故選(A)

(C)22. 若 a、b 為正整數，且 $a\times b=2^5\times3^2\times5$，則下列何者不可能為 a、b 的最大公因數？
(A) 1
(B) 6
(C) 8
(D) 12

22. (A) 若 $a=1$，$b=2^5\times3^2\times5$，則 $(a,b)=1$
(B) 若 $a=2\times3$，$b=2^4\times3\times5$，則 $(a,b)=2\times3=6$
(D) 若 $a=2^2\times3$，$b=2^3\times3\times5$，則 $(a,b)=2^2\times3=12$
∵ a、b 的最大公因數為標準分解式中，取相同的底數之最小次方，且 $8=2^3$
∴ a、b 的最大公因數不可能為 8
故選(C)

(A)23. 如圖(十)，菱形 $ABCD$ 中，E 點在 $\overline{BC}$ 上，F 點在 $\overline{CD}$ 上，G 點、H 點在 $\overline{AD}$ 上，且 $\overline{AE}$ // $\overline{HC}$ // $\overline{GF}$。若 $\overline{AH}=8$，$\overline{HG}=5$，$\overline{GD}=4$，則下列選項中的線段，何者的長度最長？



圖(十)

(A) $\overline{CF}$
(B) $\overline{FD}$
(C) $\overline{BE}$
(D) $\overline{EC}$

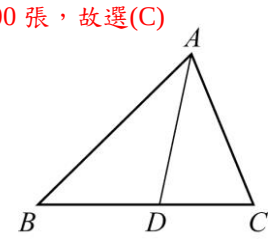
23. ∵ $\overline{HC}$ // $\overline{GF}$ ∴ $\overline{FD}:\overline{CF}=\overline{DG}:\overline{HG}=4:5$
又四邊形 $ABCD$ 為菱形
∴ $\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{AH}+\overline{HG}+\overline{GD}=8+5+4=17$
⇒ $\overline{CF}=17\times\frac{5}{9}=\frac{85}{9}=9\frac{4}{9}$，$\overline{FD}=17\times\frac{4}{9}=\frac{68}{9}=7\frac{5}{9}$
∵四邊形 $ABCD$ 為菱形 ∴ $\overline{AH}$ // $\overline{EC}$
又 $\overline{AE}$ // $\overline{HC}$ ⇒ 四邊形 $AECH$ 為平行四邊形 ⇒ $\overline{EC}=\overline{AH}=8$
∵ $\overline{BC}=\overline{AD}=17$ ∴ $\overline{BE}=17-8=9$ ⇒ $\overline{CF}>\overline{BE}>\overline{EC}>\overline{FD}$
故選(A)

(C)24. 小文原本計畫使用甲、乙兩臺影印機於 10：00 開始一起印製文件並持續到下午，但 10：00 時有人正在使用乙，於是他先使用甲印製，於 10：05 才開始使用乙一起印製，且到 10：15 時乙印製的總張數與甲相同，到 10：45 時甲、乙印製的總張數合計為 2100 張。若甲、乙的印製張數與印製時間皆成正比，則依照小文原本的計畫，甲、乙印製的總張數會在哪個時間達到 2100 張？

(A) 10：40
(B) 10：41
(C) 10：42
(D) 10：43

24. 設甲影印機每分鐘印製 x 張
乙影印機每分鐘印製 y 張
$15x=10y \Rightarrow x:y=10:15=2:3$
設 $x=2r$，$y=3r\ (r\neq 0)$
$45\times 2r+40\times 3r=2100$，$90r+120r=2100$，$r=10$
$\Rightarrow x=20$，$y=30$
即甲、乙影印機合計每分鐘印製 50 張
$2100\div(20+30)=42$
∴ 原本的計畫在 10：42 可印製 2100 張，故選(C)

(A)25. 如圖(十一)，銳角三角形 ABC 中，D 點在 $\overline{BC}$ 上，$\angle B=\angle BAD=\angle CAD$。今欲在 $\overline{AD}$ 上找一點 P，使得 $\angle APC=\angle ADB$，以下是甲、乙兩人的作法：



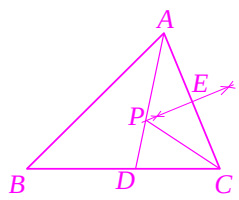
圖(十一)

(甲) 作 $\overline{AC}$ 的中垂線交 $\overline{AD}$ 於 P 點，則 P 即為所求
(乙) 以 C 為圓心，$\overline{CD}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{AD}$ 於異於 D 點的一點 P，則 P 即為所求

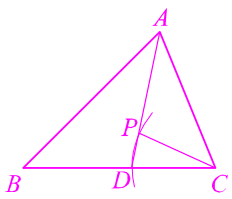
對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

(A) 兩人皆正確
(B) 兩人皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤
(D) 甲錯誤，乙正確

25. (甲) 連接 $\overline{PC}$
∵ $\overleftrightarrow{PE}$ 為 $\overline{AC}$ 的中垂線　∴ $\overline{PA}=\overline{PC}$
$\Rightarrow \angle CAD=\angle ACP$
又 $\angle B=\angle BAD=\angle CAD$，
∴ $\angle APC=180°-\angle CAD-\angle ACP$
$=180°-\angle B-\angle BAD=\angle ADB$

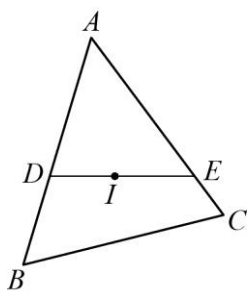


(乙) 連接 $\overline{PC}$
∵ $\overline{CD}=\overline{PC}$　∴ $\angle CDP=\angle CPD$
$\Rightarrow \angle APC=180°-\angle CPD$
$=180°-\angle CDP=\angle ADB$



故選(A)

(A)26. 如圖(十二)，I 為△ABC 的內心，有一直線通過 I 點且分別與 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 相交於 D 點、E 點。若 $\overline{AD}=\overline{DE}=5$，$\overline{AE}=6$，則 I 點到 $\overline{BC}$ 的距離為何？



圖(十二)

(A) $\frac{24}{11}$
(B) $\frac{30}{11}$
(C) 2
(D) 3

二、非選擇題（1-2 題）

1. 碳足跡標籤是一種碳排放量的標示方式，讓大眾了解某一產品或服務所產生的碳排放量多寡，如圖(十三)所示。

圖(十三)

碳足跡標籤的數據標示有其規定，以「碳排放量大於 20 公克且不超過 40 公克」為例，此範圍內的碳足跡數據標示只有 20、22、24、……、38、40 公克等 11 個偶數；碳足跡數據標示決定於「碳排放量與這 11 個偶數之中的哪一個差距最小」，兩者對應標示的範例如表(二)所示。

表(二)

碳排放量	碳足跡數據標示
20.2 公克	20 公克
20.8 公克	20 公克
21.0 公克	20 公克或 22 公克皆可
23.1 公克	24 公克

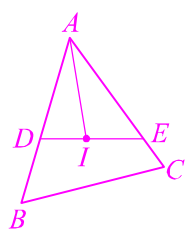
請根據上述資訊，回答下列問題，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程：

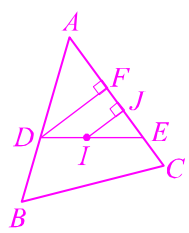
(1) 若有一個產品的碳足跡數據標示為 38 公克，則它可能的碳排放量之最小值與最大值分別為多少公克？
(2) 承(1)，當此產品的碳排放量減少為原本的 90%時，請求出此產品碳足跡數據標示的所有可能情形。

解：(1) 最小可能為 37 公克，最大可能為 39 公克
(2) 若此產品的碳排放量減少為原本的 90%時，則
可能的碳排放量最小值為 $37\times 90\%=33.3$
可能的碳排放量最大值為 $39\times 90\%=35.1$
所以此產品碳足跡數據標示可能為 34 公克、36 公克。

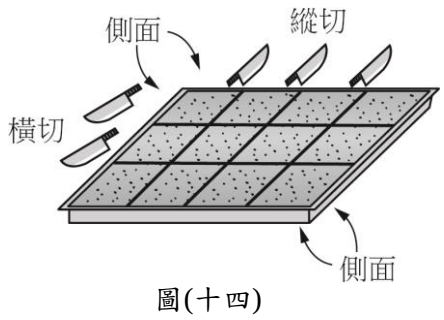
答：(1) 最小可能為 37 公克，最大可能為 39 公克；
(2) 34 公克、36 公克

26. 連接 $\overline{AI}$
∵ I 為△ABC 內心　∴ $\overline{AI}$ 平分 $\angle BAC$
$\Rightarrow \overline{EI}:\overline{ID}=\overline{AE}:\overline{AD}=6:5$
作 $\overline{DF}\perp\overline{AE}$ 於 F 點
∵ $\overline{AD}=\overline{DE}=5$　∴ △ADE 為等腰三角形
$\Rightarrow \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AE}=3 \Rightarrow \overline{DF}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
作 $\overline{IJ}\,//\,\overline{DF}$ 交 $\overline{AE}$ 於 J 點
$\Rightarrow \overline{IJ}:\overline{DF}=\overline{EI}:\overline{ED}=6:11$
$\Rightarrow \overline{IJ}:4=6:11 \Rightarrow \overline{IJ}=\frac{24}{11}$
∵ I 為△ABC 內心
∴ I 到三邊距離相等，均為 $\frac{24}{11}$
故選(A)





2. 凱特平時常用底面為矩形的模具製作蛋糕，並以「平行於模具任一邊」的方式進行橫切或縱切，橫切都是從模具的左邊切割到模具的右邊，縱切都是從模具的上邊切割到模具的下邊。用這種方式，可以切出數個大小完全相同的小塊蛋糕。在切割後，他發現小塊蛋糕接觸模具的地方外皮比較焦脆，以圖(十四)為例，橫切 2 刀，縱切 3 刀，共計 5 刀，切出 $(2+1)\times(3+1)=12$ 個小塊蛋糕，其中側面有焦脆的小塊蛋糕共有 10 個，所有側面都不焦脆的小塊蛋糕共有 2 個。



圖(十四)

請根據上述切割方式，回答下列問題，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程：

(1) 若對一塊蛋糕切了 4 刀，則可切出幾個小塊蛋糕？請寫出任意一種可能的蛋糕塊數即可。

(2) 今凱特根據一場聚餐的需求，打算製作出恰好 60 個所有側面都不焦脆的小塊蛋糕，為了避免勞累並加快出餐速度，在不超過 20 刀的情況下，請問凱特需要切幾刀，才可以達成需求？請寫出所有可能的情形。

解：(1) 可能的蛋糕塊數有：

橫切	4	3	2	1	0
縱切	0	1	2	3	4
小塊蛋糕數	5	8	9	8	5

(2) 設橫切 x 刀，縱切 y 刀，且 $(x-1)(y-1)=60$

$x-1$	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
$y-1$	60	30	20	15	12	10	6	5	4	3	2	1

x	2	3	4	5	6	7	11	13	16	21	31	61
y	61	31	21	16	13	11	7	6	5	4	3	2
$x+y$	63	34	25	21	19	18	18	19	21	25	34	63
	不合								不合			

⇒橫切 6 刀，縱切 13 刀，共 19 刀；
橫切 7 刀，縱切 11 刀，共 18 刀；
橫切 11 刀，縱切 7 刀，共 18 刀；
橫切 13 刀，縱切 6 刀，共 19 刀。

答：(1) 如上；(2) 18 或 19 刀

參考公式

- 和的平方公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
  差的平方公式：$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
  平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- 若直角三角形兩股長為 a、b，斜邊長為 c，則 $c^2=a^2+b^2$
- 若圓的半徑為 r，圓周率為 π，則圓面積 $=\pi r^2$，
  圓周長 $=2\pi r$
- 凸 n 邊形的內角和為 $(n-2)\times180°$，$n\geq3$
  凸 n 邊形的一組外角和為 $360°$，$n\geq3$
- 若一個等差數列的首項為 a_1，公差為 d，第 n 項為 a_n，前 n 項和為 S_n，則 $a_n=a_1+(n-1)d$，$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$
- 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的解為 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$